

Continuação de exercícios da Lei de Coulomb e Campo Elétrico

Yoxara Sánchez-Villamizar

Bibliografia:

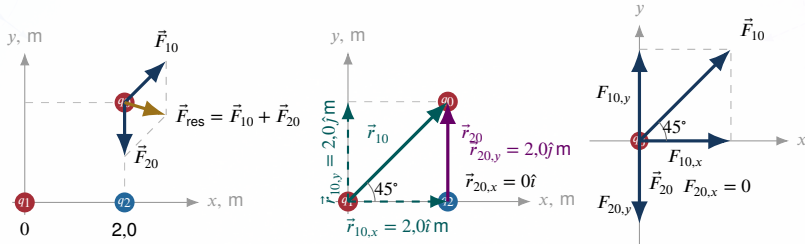
- Halliday, Resnick & Walker – *Fundamentos de Física*, v.3
- Young, Freedman & Sears-Zemansky – *Física III*

2. Lei de Coulomb

Exemplos

Exemplo 1: soma de forças em duas dimensões

A carga $q_1 = +25 \text{ nC}$ está na origem, $q_2 = -15 \text{ nC}$ está no eixo x em $x = 2,0 \text{ m}$, e $q_0 = +20 \text{ nC}$ está no ponto $(2,0 \text{ m}, 2,0 \text{ m})$. Determine a força elétrica resultante em q_0 .



Passo 1 – geometria e vetores unitários

A direção de $\vec{F}_{10}$ é a mesma da reta que liga q_1 a q_0 . Como $\vec{r}_{10} = (2,0\hat{i} + 2,0\hat{j}) \text{ m}$, segue que $\tan \theta = \frac{r_{10,y}}{r_{10,x}} = \frac{2,0}{2,0} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$.

Como q_1 e q_0 têm o mesmo sinal, a força $\vec{F}_{10}$ é repulsiva; portanto, ela aponta para longe de q_1 , isto é, a 45° no primeiro quadrante.

$\Leftrightarrow r_{10} = \sqrt{2^2 + 2^2} \text{ m} = 2,0\sqrt{2} \text{ m}$. Já para q_2 e q_0 , como os sinais são opostos, a força $\vec{F}_{20}$ é atrativa. Como q_2 está diretamente abaixo de q_0 , essa força aponta verticalmente para baixo: $\vec{F}_{20} \parallel -\hat{j}$. $\Leftrightarrow r_{20} = \sqrt{0^2 + 2^2} \text{ m} = 2,0 \text{ m}$

Exemplo 1: soma de forças em duas dimensões

Passo 2 – montar a soma vetorial em componentes

A força resultante em q_0 é a soma vetorial das duas forças individuais:

$$\vec{F} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20}$$

Como cada força tem, em geral, componentes x e y , essa soma vetorial equivale a somar as componentes separadamente:

$$\Sigma F_x = F_{10,x} + F_{20,x}$$

$$\Sigma F_y = F_{10,y} + F_{20,y}$$

Observação

Este é o roteiro: primeiro calculamos $\vec{F}_{10}$ e $\vec{F}_{20}$ separadamente (cada uma com seu módulo e sua direção), depois somamos componente a componente – nunca os módulos diretamente.

Exemplo 1: soma de forças em duas dimensões

Passo 3 – força devida a q_1 , $\vec{F}_{10}$

Módulo, usando $r_{10} = 2,0\sqrt{2} \text{ m}$ e, portanto, $r_{10}^2 = 8,0 \text{ m}^2$:

$$F_{10} = k_e \frac{|q_1 q_0|}{r_{10}^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}) \frac{(25 \times 10^{-9} \text{ C})(20 \times 10^{-9} \text{ C})}{8,0 \text{ m}^2} = 5,62 \times 10^{-7} \text{ N}.$$

Como o ângulo com os eixos é 45° e $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$, as componentes x e y são iguais:

$$F_{10,x} = F_{10,y} = F_{10} \cos 45^\circ = (5,62 \times 10^{-7} \text{ N}) (0,7071) = 3,97 \times 10^{-7} \text{ N}.$$

Exemplo 1: soma de forças em duas dimensões

Passo 4 – força devida a q_2 , $\vec{F}_{20}$

Módulo, usando $r_{20} = 2,0 \text{ m}$:

$$F_{20} = k_e \frac{|q_2 q_0|}{r_{20}^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2) \frac{(15 \times 10^{-9} \text{ C})(20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(2,0 \text{ m})^2} = 6,74 \times 10^{-7} \text{ N}.$$

Como $\vec{F}_{20}$ aponta puramente em $-\hat{j}$ (não tem componente x):

$$\vec{F}_{20} = - (6,74 \times 10^{-7} \text{ N}) \hat{j} \quad \Rightarrow \quad F_{20,x} = 0, \quad F_{20,y} = -6,74 \times 10^{-7} \text{ N}.$$

Exemplo 1: soma de forças em duas dimensões

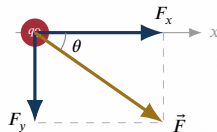
Passo 5 – somar componente a componente

$$F_x = F_{10,x} + F_{20,x} = 3,97 \times 10^{-7} \text{ N} + 0 = 3,97 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_y = F_{10,y} + F_{20,y} = 3,97 \times 10^{-7} \text{ N} + (-6,74 \times 10^{-7}) \text{ N} = -2,77 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 4,8 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$\theta = \arctan \frac{F_y}{F_x} = \arctan(-0,698) \approx \boxed{-35^\circ}$$



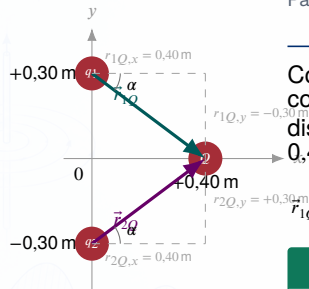
Observação

θ negativo em relação ao eixo $+x$ confirma que a força resultante aponta para a direita e para baixo – como $\vec{F}_{20}$ (atrativa) "puxa" mais na direção $-y$ do que $\vec{F}_{10}$ empurra em $+y$.

Exemplo 2: soma vetorial de forças elétricas em duas dimensões o num plano

Duas cargas puntiformes positivas iguais $q_1 = q_2 = 2,0 \mu\text{C}$ estão localizadas em $x = 0, y = 0,30 \text{ m}$ e $x = 0, y = -0,30 \text{ m}$, respectivamente. Determine o módulo, a direção e o sentido da força elétrica total que q_1 e q_2 exercem sobre uma terceira carga $Q = 4,0 \mu\text{C}$ em $x = 0,40 \text{ m}, y = 0$.

Passo 1 – geometria e vetores de posição



Como as três cargas não são colineares, o jeito mais fácil é trabalhar com componentes. Chamamos r_{1Q} a distância de q_1 até Q , e r_{2Q} a distância de q_2 até Q . Por Pitágoras, com catetos $0,30 \text{ m}$ (vertical) e $0,40 \text{ m}$ (horizontal):

$$\vec{r}_{1Q} = (0,40\hat{i} - 0,30\hat{j}) \text{ m}, \quad \vec{r}_{2Q} = 0,40\hat{i} + 0,30\hat{j} \text{ m}, \quad r_{1Q} = r_{2Q} = \sqrt{(0,30)^2 + (0,40)^2} \text{ m} = 0,50 \text{ m}$$

Observação

As duas distâncias são **iguais** porque q_1 e q_2 estão posicionadas de forma simétrica em relação ao eixo x – essa simetria vai simplificar bastante o passo de somar as forças mais adiante.

Exemplo 2: soma vetorial de forças elétricas em duas dimensões

Passo 2 – módulo de cada força

Como $q_1 = q_2$ e $r_{1Q} = r_{2Q}$, as duas forças individuais têm **o mesmo módulo**:

$$F_{1Q} = F_{2Q} = k_e \frac{|q_1 Q|}{r_{1Q}^2}.$$

Substituindo os valores com suas respectivas unidades:

$$F_{1Q} = F_{2Q} = (8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2) \frac{(2,0 \times 10^{-6} \text{ C})(4,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0,50 \text{ m})^2}.$$

$$F_{1Q} = F_{2Q} = 2,88 \times 10^{-1} \text{ N} \approx \boxed{0,29 \text{ N}}.$$

Observação

Como q_1 , q_2 e Q são positivas, as duas forças sobre Q são repulsivas. Assim, $\vec{F}_{1Q}$ aponta para longe de q_1 , enquanto $\vec{F}_{2Q}$ aponta para longe de q_2 .

Exemplo 2: soma vetorial de forças elétricas em duas dimensões

Passo 3 – decompor as forças em componentes x e y

Pela geometria do Passo 1, $\cos \alpha = \frac{0,40\text{m}}{0,50\text{m}} = 0,8$, $\sin \alpha = \frac{0,30\text{m}}{0,50\text{m}} = 0,6$.

Como $F_{1Q} = F_{2Q} = 0,29\text{ N}$, o módulo da componente horizontal de cada força é

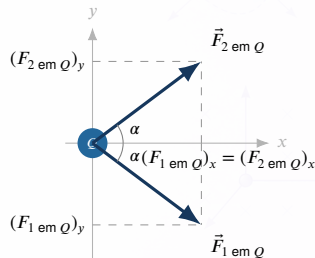
$$F_x = F_{1Q} \cos \alpha = (0,29\text{ N})(0,8) = \boxed{0,23\text{ N}}$$

, enquanto o módulo da componente vertical é

$$F_y = F_{1Q} \sin \alpha = (0,29\text{ N})(0,6) = \boxed{0,17\text{ N}}.$$

Como $\vec{F}_{1Q}$ aponta para a direita e para baixo, e $\vec{F}_{2Q}$ aponta para a direita e para cima,

$$\vec{F}_{1Q} = (0,23\hat{i} - 0,17\hat{j})\text{ N}, \quad \vec{F}_{2Q} = (0,23\hat{i} + 0,17\hat{j})\text{ N}$$



Exemplo 2: soma vetorial de forças elétricas em duas dimensões o num plano

Passo 5 – somar componente a componente

Por causa da simetria (distâncias e ângulos iguais, mas uma carga acima e outra abaixo do eixo x), as componentes y das duas forças têm **o mesmo módulo e sentidos opostos**: como q_1 está acima, $\vec{F}_{1 \text{ em } Q}$ é empurrada para baixo; como q_2 está abaixo, $\vec{F}_{2 \text{ em } Q}$ é empurrada para cima.

$$(F_{1 \text{ em } Q})_y + (F_{2 \text{ em } Q})_y = 0$$

Como as componentes y se cancelam, só sobram as componentes x , que **têm o mesmo sinal** (ambas $+x$) e por isso se somam:

$$F_x = (F_{1 \text{ em } Q})_x + (F_{2 \text{ em } Q})_x = (0,23 + 0,23)N$$

$$\vec{F} = (0,46 \text{ N}) \hat{i}$$

Observação

A força total sobre Q aponta no sentido $+x$, com módulo $0,46 \text{ N}$ – na mesma direção da reta que liga o ponto médio entre q_1/q_2 até Q , mesmo essa força não apontando diretamente para longe de nenhuma das duas cargas isoladamente.

Teste conceitual: e se uma das cargas fosse negativa?

No exemplo anterior, suponha que q_2 fosse $-2,0 \mu\text{C}$ (em vez de $+2,0 \mu\text{C}$), mantendo $q_1 = +2,0 \mu\text{C}$. Nesse caso, a força elétrica total sobre Q apontaria em qual sentido: $+x$, $-x$, $+y$, $-y$, ou seria nula?

Raciocínio

Agora $\vec{F}_{1 \text{ em } Q}$ continua repulsiva (mesmo sinal), mas $\vec{F}_{2 \text{ em } Q}$ passa a ser **atrativa** (sinais opostos) – aponta para q_2 , ou seja, em direção $-y$ em vez de $+y$.

Observação

As componentes x de ambas continuam apontando no mesmo sentido ($+x$, pois isso depende só da posição geométrica, não do sinal). Mas as componentes y , que antes se cancelavam, agora **se somam** – ambas apontam em $-y$.

Resposta: a força total teria componente $+x$ e componente $-y$ – ou seja, nenhuma das alternativas “puras”.

3. Campo Elétrico

Da força elétrica ao conceito de campo

Ação a distância, ou algo mais?

Quando ocorre uma interação no vácuo entre duas partículas carregadas, como é possível que uma delas “perceba” a existência da outra? Podemos responder a essa pergunta, e ao mesmo tempo reformular a lei de Coulomb de uma forma muito útil, usando o conceito de **campo elétrico**.

Atenção

Uma interpretação possível: a força poderia agir por “ação a distância”, sem nenhuma interação física entre os dois corpos ao longo do espaço vazio – a mesma ideia às vezes usada (erroneamente) para a gravidade.

Uma interpretação mais útil: o corpo A , em virtude de sua carga, *modifica as propriedades do espaço ao seu redor*. O corpo B , em virtude de sua própria carga, sente como esse espaço foi modificado. A resposta sentida por B é a força elétrica $\vec{F}_0$.

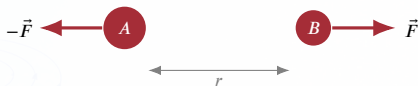
Da força elétrica ao conceito de campo

Uma nova forma de descrever a interação elétrica

Pela lei de Coulomb, sabemos que duas cargas elétricas exercem forças uma sobre a outra. Mas surge uma questão fundamental:

Como uma carga “percebe” a presença de outra carga através do espaço?

====



Lei de Coulomb:
descreve a força entre as cargas.

Em vez de imaginar apenas uma força agindo diretamente entre dois corpos, introduzimos uma ideia mais geral:

uma carga elétrica modifica o espaço ao seu redor.

Essa modificação do espaço é descrita por uma grandeza física chamada **campo elétrico**.

Observação

Uma carga pode produzir campo elétrico em uma região do espaço mesmo que não exista outra carga nessa região para sofrer uma força.

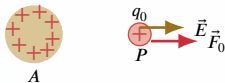
O processo em duas etapas



(a) A e B exercem forças elétricas entre si.



(b) Retira-se B e sua posição passa a ser o ponto P.



(c) Colocada em P, a carga de teste sente a força do campo.

Etapa 1 – o corpo A produz um campo

Inicialmente consideramos apenas o corpo A. Ele produz um **campo elétrico** em todos os pontos das vizinhanças; em particular, no ponto P. Esse campo existe mesmo quando não há nenhuma carga colocada em P.

Etapa 2 – a carga de teste sente o campo

Quando uma pequena carga de teste q_0 é colocada em P, ela sofre a ação de uma força elétrica $\vec{F}_0$. Interpretamos essa força como exercida *pelo campo elétrico* produzido por A nesse ponto.

Observação

carga fonte $\rightarrow$ campo elétrico $\rightarrow$ força sobre q_0

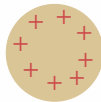
Carga de teste

Como detectar o campo elétrico em um ponto

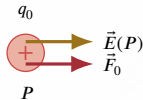
Para verificar se existe um campo elétrico em um ponto P , colocamos ali uma pequena carga, chamada **carga de teste** q_0 . Se ela sofre uma força elétrica $\vec{F}_0$, concluímos que existe um campo elétrico nesse ponto.



A
Antes de colocar q_0 ,
o campo já existe em P .



A
A carga de teste revela
o campo por meio da força.



Atenção

A carga de teste q_0 não é a fonte do campo que queremos medir em P . O campo $\vec{E}(P)$ é produzido pelas outras cargas; q_0 apenas sofre a força $\vec{F}_0$.

Definição do campo elétrico

Definimos o campo elétrico $\vec{E}$ em um ponto como a força elétrica $\vec{F}_0$ que atua sobre uma carga de teste q_0 nesse ponto, **dividida** pela carga q_0 :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \quad (1)$$

Unidade: no SI, força em newtons e carga em coulombs, logo

$$[E] = \text{N/C} \quad (\text{N/C}).$$

Observação

O campo elétrico é a **força elétrica por unidade de carga**. É um conceito útil justamente porque não depende de qual carga de teste usamos para medi-lo – é uma propriedade do próprio ponto do espaço.

Da força ao campo – e do campo à força

Se o campo elétrico $\vec{E}$ já é conhecido em um ponto, a Eq. (1) pode ser invertida para obter a força elétrica $\vec{F}_0$ sobre uma carga puntiforme q_0 colocada ali – basta multiplicar pela carga:

$$\vec{F}_0 = q_0 \vec{E} \quad (2)$$

Atenção

$\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}$ vale rigorosamente apenas para cargas de teste **puntiformes**. Se o corpo carregado tiver tamanho apreciável, o campo $\vec{E}$ pode variar em módulo e direção ao longo do corpo, e a força resultante deixa de ser um simples produto.

Do campo à força: o papel do sinal da carga de teste

A força depende do sinal de q_0

Da definição de campo elétrico,

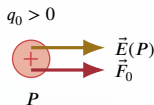
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \implies \boxed{\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}}$$

Isso mostra que o sentido da força elétrica sobre a carga de teste depende do sinal de q_0 .

Caso 1 – carga de teste positiva

Se $q_0 > 0$, a força elétrica tem o **mesmo sentido** do campo:

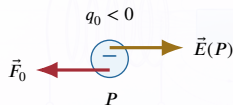
$$\vec{F}_0 \parallel \vec{E}$$



Caso 2 – carga de teste negativa

Se $q_0 < 0$, a força elétrica tem **sentido oposto** ao do campo:

$$\vec{F}_0 \nparallel \vec{E}$$



Analogia com o campo gravitacional

O conceito de campo não é exclusivo da eletricidade. Na gravitação, já usamos uma descrição análoga:

Campo gravitacional

$$\vec{F}_g = m_0 \vec{g}$$

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m_0}$$

$$[\vec{g}] = \text{m/s}^2 = \text{N/kg}$$

$\vec{g}$: força gravitacional por unidade de massa.

Campo elétrico

$$\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

$$[\vec{E}] = \text{N/C}$$

$\vec{E}$: força elétrica por unidade de carga.

Observação

A massa m_0 e a carga q_0 caracterizam o **corpo de teste**; $\vec{g}$ e $\vec{E}$ caracterizam o **campo existente no ponto**. Assim, o campo pode ser estudado separadamente do objeto usado para detectá-lo.

Aplicação: o “sexto sentido” dos tubarões

Campos elétricos podem ser detectados

Tubarões podem localizar presas escondidas sob a areia detectando campos elétricos fracos produzidos pela atividade muscular dessas presas:

$$E \sim 5 \times 10^{-7} \text{ N/C}.$$

Observação

O ponto físico é:

fonte biológica $\rightarrow \vec{E} \rightarrow$ resposta sensorial

O tubarão não precisa tocar a presa; ele responde ao campo elétrico presente em sua posição.

Pergunta física Como o tubarão pode perceber a direção do campo?

Canais eletrossensoriais com diferentes orientações respondem a diferentes componentes de $\vec{E}$. Comparando esses sinais, o sistema nervoso determina a direção aproximada do campo.

Ponto da fonte e ponto do campo

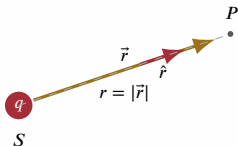
A geometria para calcular $\vec{E}$. Para calcular o campo produzido por uma carga puntiforme, distinguimos dois pontos:

Ponto da fonte S : posição da carga que produz o campo.

Ponto do campo P : ponto onde queremos determinar $\vec{E}$.

Vetor posição $\vec{r}$: vai de S até P .

Vetor unitário $\hat{r} = \vec{r}/r$: indica apenas direção e sentido.



Observação

O ponto P não precisa conter uma carga de teste. Ele é apenas o ponto onde queremos conhecer o campo produzido pela carga fonte.

Da lei de Coulomb à expressão de $\vec{E}$ de uma carga puntiforme

Se uma carga de teste q_0 fosse colocada no ponto P , a força elétrica exercida pela carga fonte q seria

$$\vec{F}_0 = k_e \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}.$$

Dividindo por q_0 , obtemos o campo elétrico produzido por q em P .

$$\vec{E}(P) = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

O módulo é

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2}$$

Atenção

Na expressão vetorial, q aparece com sinal. Portanto, o sinal da carga fonte decide se $\vec{E}$ aponta no sentido de $\hat{r}$ ou no sentido oposto.

O campo elétrico como campo vetorial

Um vetor associado a cada ponto do espaço

Carga fonte positiva

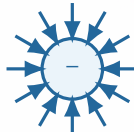


Observação

Para $q > 0$, o campo aponta para fora da carga.

$$\vec{E} \parallel \hat{r}$$

Carga fonte negativa



Observação

Para $q < 0$, o campo aponta para dentro da carga.

$$\vec{E} \parallel -\hat{r}$$

Campo vetorial

O campo elétrico não é um único vetor: é um conjunto infinito de vetores, um para cada ponto do espaço. Em coordenadas retangulares (x, y, z) , cada componente E_x, E_y, E_z é, em geral, uma função de (x, y, z) ,

$$\vec{E}(x, y, z) = E_x(x, y, z)\hat{i} + E_y(x, y, z)\hat{j} + E_z(x, y, z)\hat{k}.$$

Isso é o que chamamos de **campo vetorial**.

Campo uniforme e interior de um condutor

Dizemos que o campo elétrico é **uniforme** em uma região quando seus componentes vetoriais são constantes em todos os pontos:

$$\vec{E}(x, y, z) = \text{constante}$$

Assim, o módulo e a orientação do campo não variam de ponto para ponto.

Exemplo de campo uniforme



$$\vec{E} = \text{constante}$$

Em todos os pontos, os vetores têm o mesmo módulo, direção e sentido.

Atenção

Condutor em equilíbrio eletrostático Se existisse um campo elétrico não nulo no material condutor, as cargas livres sofreriam uma força

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

e entrariam em movimento. Mas, em equilíbrio eletrostático, não há movimento efetivo de cargas. Portanto, $\vec{E} = \vec{0}$ em todos os pontos do interior do material condutor.

Observação

O campo nulo é um caso particular de campo uniforme $E_x = E_y = E_z = 0$ em todos os pontos do material condutor. Uma cavidade no interior do condutor, porém, não precisa ter $\vec{E} = \vec{0}$.

Como analisar problemas com campo elétrico

Primeiro a fonte; depois, o efeito do campo. O conceito de campo permite separar um problema elétrico em duas partes fisicamente diferentes:

1. Determinar o campo

Uma distribuição de cargas funciona como a **fonte** do campo elétrico. Primeiro calculamos

$\vec{E}(P)$ no ponto de interesse P .

Nesta etapa, perguntamos:

Quem produz o campo?

2. Determinar o efeito do campo

Depois colocamos uma carga q_0 nesse campo e calculamos a força: $\vec{F} = q_0 \vec{E}$. Se quisermos conhecer o movimento da partícula, usamos então as leis de Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

Nesta etapa, perguntamos:

O que o campo faz?

distribuição de cargas $\xrightarrow{\text{calcular}}$ $\vec{E}(P)$ $\xrightarrow{\vec{F}=q\vec{E}}$ $\vec{F}$ $\xrightarrow{\sum \vec{F}=m\vec{a}}$ movimento

Observação

A partir de agora, nosso primeiro objetivo será aprender a calcular $\vec{E}$ produzido por diferentes distribuições de cargas.

Exemplo: módulo do campo elétrico de uma carga puntiforme

Módulo do campo elétrico de uma carga puntiforme

Calcule o módulo do campo elétrico produzido por uma carga puntiforme $q = 4,0 \text{ nC}$ em um ponto situado a $2,0 \text{ m}$ da carga.

Identificar a fonte e o ponto do campo

A carga q é a **fonte** do campo. O ponto onde queremos calcular E está a uma distância $r = 2,0 \text{ m}$. Como queremos apenas o módulo, usamos

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2}.$$

$$E = (8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2) \frac{4,0 \times 10^{-9} \text{ C}}{(2,0 \text{ m})^2} = (8,99 \times 10^9) \frac{4,0 \times 10^{-9}}{4,0} \text{ N/C} \Rightarrow \boxed{E \approx 9,0 \text{ N/C}}$$

Observação

O valor de E caracteriza o campo naquele ponto, não a carga de teste. Por exemplo, se uma carga $q_0 = 1,0 \text{ C}$ fosse colocada nesse ponto, ela sofreria uma força $F_0 = q_0 E = 9,0 \text{ N}$.

Exemplo: vetor do campo elétrico de uma carga puntiforme

Vetor do campo elétrico de uma carga puntiforme

Uma carga puntiforme $q = -8,0 \text{ nC}$ está localizada na origem. Determine o vetor campo elétrico $\vec{E}$ no ponto $P = (1,2 \text{ m}, -1,6 \text{ m})$.

Geometria do problema

A carga fonte está em

$$S = O = (0, 0),$$

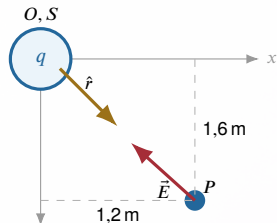
e o ponto do campo está em

$$P = (1,2, -1,6) \text{ m}.$$

O vetor posição que vai da carga até o ponto do campo é

$$\vec{r} = (1,2\hat{i} - 1,6\hat{j}) \text{ m}.$$

Como $q < 0$, o campo em P aponta em sentido oposto ao de $\hat{r}$.



Exemplo: vetor do campo elétrico de uma carga puntiforme

Construir primeiro a geometria vetorial

Como a carga está na origem e o ponto do campo é $P = (1,2, -1,6) \text{ m} \Rightarrow \vec{r} = (1,2\hat{i} - 1,6\hat{j}) \text{ m}$. O módulo desse vetor é $r = |\vec{r}| = \sqrt{(1,2 \text{ m})^2 + (-1,6 \text{ m})^2} = \boxed{2,0 \text{ m}}$.

Logo,

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{(1,2\hat{i} - 1,6\hat{j}) \text{ m}}{2,0 \text{ m}}.$$

$$\hat{r} = 0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}$$

Observação

O vetor $\hat{r}$ é adimensional: ele indica apenas direção e sentido. Ele aponta da fonte S para o ponto do campo P .

Exemplo: vetor do campo elétrico de uma carga puntiforme

Usar o sinal da carga fonte

A forma vetorial do campo de uma carga puntiforme é

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}.$$

Substituindo $q = -8,0 \text{ nC}$, $r = 2,0 \text{ m}$ e $\hat{r} = 0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}$:

$$\vec{E} = (8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2) \frac{-8,0 \times 10^{-9} \text{ C}}{(2,0 \text{ m})^2} (0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}).$$

O fator escalar é

$$(8,99 \times 10^9) \frac{-8,0 \times 10^{-9}}{4,0} \text{ N/C} \approx -18 \text{ N/C}.$$

Portanto,

$$\vec{E} = (-18 \text{ N/C})(0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}).$$

$$\boxed{\vec{E} = (-11\hat{i} + 14\hat{j}) \text{ N/C}}$$

Avaliação: sentido físico do resultado

O sinal de q inverte o sentido do campo

Observação

O vetor $\hat{r}$ aponta da carga fonte para o ponto do campo:

$$\hat{r} = 0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}.$$

Como a carga fonte é negativa, o campo elétrico aponta em sentido oposto:

$$\vec{E} = (-11\hat{i} + 14\hat{j}) \text{ N/C}.$$

$$q < 0 \implies \vec{E} \text{ aponta de } P \text{ para a carga}$$

Conferência rápida:

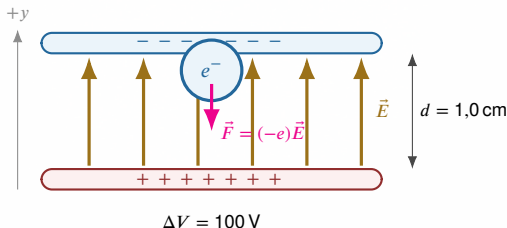
$$\hat{r} = (+, -), \quad \vec{E} = (-, +).$$

As componentes mudaram de sinal porque o campo de uma carga negativa aponta para dentro da carga.

Exemplo: elétron em um campo elétrico uniforme

Elétron em um campo elétrico uniforme

Duas placas paralelas separadas por 1,0 cm estão conectadas a uma bateria de 100 V. Entre elas há um campo elétrico uniforme de módulo $E = 1,00 \times 10^4$ N/C, orientado de baixo para cima. Um elétron é liberado do repouso junto à placa superior.



Determine: (a) a aceleração de um elétron ($-e = -1,60 \times 10^{-19}$ C, $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg) liberado do repouso na placa superior; (b) o módulo da velocidade e a energia cinética adquiridos ao percorrer 1,0 cm até a placa inferior; (c) quanto tempo leva para percorrer essa distância.

Exemplo: elétron em campo uniforme

Ideia física antes das contas

Roteiro

$$\vec{E} \implies \vec{F} = q\vec{E} \implies \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Como o campo é uniforme, $\vec{F}$ e $\vec{a}$ também são constantes. Depois usamos cinemática de aceleração constante.

$$\vec{E} = +E\hat{j}$$

$$q = -e$$

$$\vec{F} = q\vec{E} = -eE\hat{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{eE}{m}\hat{j}$$

Atenção

O campo aponta para cima, mas o elétron tem carga negativa:

$$q = -e.$$

Logo, a força e a aceleração apontam para baixo.

Parte (a): aceleração do elétron

Campo elétrico produz força; força produz aceleração

$$F_y = qE = (-e)E = (-1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,00 \times 10^4 \text{ N/C})$$

$$F_y = -1,60 \times 10^{-15} \text{ N.}$$

Pela segunda lei de Newton,

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-1,60 \times 10^{-15} \text{ N}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}$$

$$a_y = -1,76 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$$

Observação

O sinal negativo indica que a aceleração é para baixo, isto é, no sentido $-y$.

Parte (b): velocidade e energia cinética

Movimento com aceleração constante

O elétron parte do repouso:

$$v_{0y} = 0, \quad y_0 = 0, \quad y = -1,0 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

Usando

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0),$$

$$|v_y| = \sqrt{2(-1,76 \times 10^{15})(-1,0 \times 10^{-2})} \text{ m/s}.$$

$$|v_y| = 5,9 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$v_y = -5,9 \times 10^6 \text{ m/s}$$

A energia cinética adquirida é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5,9 \times 10^6 \text{ m/s})^2 \Rightarrow K = 1,6 \times 10^{-17} \text{ J}.$$

Parte (c): tempo de percurso

Usando a velocidade final

Como

$$v_y = v_{0y} + a_y t,$$

temos

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{a_y}.$$

Substituindo os valores com sinal:

$$t = \frac{(-5,9 \times 10^6 \text{ m/s}) - (0)}{-1,76 \times 10^{15} \text{ m/s}^2} = 3,4 \times 10^{-9} \text{ s}$$

Observação

A escala é microscópica: o elétron percorre apenas 1,0 cm, mas sua aceleração é enorme. Por isso o tempo de percurso é da ordem de nanossegundos.

Superposição dos campos elétricos

Cada carga contribui para o campo no mesmo ponto

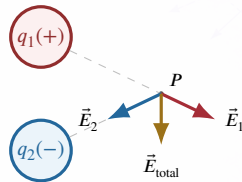
Para várias cargas puntiformes, cada carga q_i produz seu próprio campo $\vec{E}_i$ no ponto P . O campo total é a **soma vetorial** dessas contribuições.

Pela superposição das forças sobre uma carga de teste q_0 ,

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = q_0 \vec{E}_1 + q_0 \vec{E}_2 + \dots$$

Dividindo por q_0 ,

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1(P) + \vec{E}_2(P) + \vec{E}_3(P) + \dots$$



Cada vetor deve ser determinado primeiro pelo sinal e pela posição da carga que o produz.

Princípio da superposição

O campo elétrico total em P é a **soma vetorial** dos campos produzidos individualmente por todas as cargas fonte.

Atenção

Não somamos os módulos $E_1 + E_2 + \dots$ em geral. Como $\vec{E}$ é um vetor, devemos somar suas **componentes**. Além disso, $\vec{E}(P)$ depende das cargas fonte, e não de uma eventual carga colocada em P .

De cargas discretas a distribuições contínuas

A superposição continua válida: a soma vira uma integral. Quando a carga está distribuída continuamente em uma linha, superfície ou volume, dividimos a distribuição em pequenos elementos de carga dq . Cada elemento produz uma contribuição infinitesimal

$$d\vec{E} = k_e \frac{dq}{r^2} \hat{r}.$$

Somando todas as contribuições:

$$\vec{E}(P) = \int d\vec{E} = \int k_e \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

Distribuição linear

$$\lambda = \frac{dq}{d\ell}$$

$$dq = \lambda d\ell, [\lambda] = \text{C/m}$$

Distribuição superficial

$$\sigma = \frac{dq}{dA}$$

$$dq = \sigma dA, [\sigma] = \text{C/m}^2$$

Distribuição volumétrica

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

$$dq = \rho dV, [\rho] = \text{C/m}^3$$

Observação

O procedimento é sempre o mesmo: $dq \rightarrow d\vec{E} \rightarrow \text{componentes} \rightarrow \int d\vec{E}$

A simetria deve ser usada antes de integrar sempre que possível.